



امتحان تجريبي رقم 2 في الرياضيات

ثانوية الليون التأهيلية
ثانية باك علوم فيزيائية

الموسم الدراسي: 2020 / 2021 / المدة: 3 ساعات

1
2

المعامل: 7

تمرين المتتاليات: 4 نقط / الأعداد العقدية: 5 نقط / التكامل ودراسة الدوال: 11 نقطة

التمرين الأول

نعتبر المتتالية (u_n) بحيث: $u_0 = 2$ و: $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$

(1) احسب u_1

(2) نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$

(أ-2) تحقق أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{5}$

(ب-2) استنتج v_n ثم u_n بدلالة n

(ج-2) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع $w_n = \ln\left(\frac{1}{v_n}\right)$ لكل n من \mathbb{N} . بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = +\infty$

التمرين الثاني

نعتبر في \mathbb{C} المعادلة: $(E): z^2 - 2\sqrt{2+\sqrt{2}}z + 4 = 0$

وليكن a و b حلها بحيث:

$\text{Im}(a) < 0$

(أ-1) تحقق أن: $\Delta = (2i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$

(ب-1) حدد الكتابة الجبرية للعددين a و b

(2) ليكن العدد العقدي c بحيث: $4c = a^2$

(أ-2) بين أن: $c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ ثم حدد الكتابة المثلثية للعدد c

(ب-2) استنتج الكتابة المثلثية للعددين a و b

(3) بين أن:

$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\right)^8 + 1 = 0$$

(4) المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) . نعتبر النقطتين A و B لحقاهما a و b على التوالي.

حدد زاوية الدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B .

التمرين الثالث

(I) نضع لكل x من \mathbb{R} : $g(x) = (x^2-1)e^x - x^2e + e$ (هنا e هو العدد النيبيري)

(1) تحقق أن: $g(x) = (x^2-1)(e^x - e)$

المعادلة: $g(x) = 0$

(2) بين أن:

$$(\forall x \in]-\infty; -1]), g(x) \leq 0$$

$$(\forall x \in]-1; +\infty[); g(x) \geq 0$$

II نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي :

$$f(x) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$$

حيث e هو العدد النبري و $e = 2,7$ وليكن (\mathcal{C}) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(\vec{j}, \vec{i}, \vec{0})$ (الوحدة 2cm)

(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ - بين أن :
$$f(x) = x^3 \left[\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2} \cdot \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \cdot e \right] \quad (\forall x \in \mathbb{R})$$

(2) ب - استنتج حساب : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(3) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(4) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(5) بين أن $f'(x) = g(x)$ $(\forall x \in \mathbb{R})$; ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

(6) ليكن (T) المماس لـ (\mathcal{C}) في النقطة ذات الإحداثيات $x_0 = 0$.

تحقق أن معادلة ديكارتية لـ (T) هي : $y = (e-1)x + 1$; (T) : $y = (e-1)x + 1$

(7) أنشئ في نفس المعلم كلا من (T) و (\mathcal{C}) . نقتل أن (\mathcal{C}) يقطع محور الأفاصيل في نقطتين أفصولهما : $d = -0,6$ و $\beta = -1,3$ و نأخذ $f(-1) = -0,3$

III نعتبر الدالة F المعرفة على \mathbb{R} بالتعبير :

$$F(x) = (x^2 - 4x + 5) e^x + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right) e$$

وليكن D الحيز المحصور بين (\mathcal{C}) ومحور الأفاصيل والمستقيمان :

$(d_1) : x = 0$ و $(d_2) : x = 1$

(1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .

(2) استنتج أن مساحة الحيز D هي : $A(D) = \left(\frac{29}{3} e - 20\right) \text{cm}^2$

★ ★ ★

1

حيث :
$$v_0 = u_0 - \left(\frac{3}{5}\right)^{0+1}$$
$$= 2 - \left(\frac{3}{5}\right)^1 = \frac{10}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$$

والمثل :
$$v_n = \frac{7}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

فلم أن :
$$v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

أي :
$$u_n = v_n + \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

ومنه :
$$u_n = \frac{7}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

2-2 : حساب $\lim u_n$

بما أن : $-1 < \frac{3}{5} < 1$ فإن : $\lim \left(\frac{3}{5}\right)^n = 0$

وبما أن : $-1 < \frac{4}{5} < 1$ فإن : $\lim \left(\frac{4}{5}\right)^n = 0$

أي :
$$\lim u_n = \lim \frac{7}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

$$= \lim \frac{7}{5} \left(\frac{4}{5}\right)^n + \frac{3}{5} \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

$$= \frac{7}{5} \times 0 + \frac{3}{5} \times 0 = 0$$

3 : لكل $n \in \mathbb{N}$ لدينا :

$$w_n = \ln \left(\frac{1}{v_n}\right)$$

$$= \ln \left(\frac{5}{7} \times \left(\frac{5}{4}\right)^n \right)$$

$$= \ln \left(\frac{5}{7}\right) + n \ln \left(\frac{5}{4}\right)$$

ولدينا : $\frac{5}{4} > 1$ أي : $\ln \left(\frac{5}{4}\right) > 0$

ومنه :
$$\lim n \ln \left(\frac{5}{4}\right) = +\infty$$

أي : $\lim n = +\infty$

أي :
$$\lim w_n = +\infty$$

التمرين الثاني

(E) :
$$z^2 - 2\sqrt{2} + \sqrt{2}z + 4 = 0$$

1-1 : لدينا :
$$(2i\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = 4i^2(\sqrt{2} - \sqrt{2})^2$$

$$= -4(2 - \sqrt{2}) = -8 + 4\sqrt{2}$$

ومنه صورة أخرى لدينا :

تصحيح الامتحان التجريبي رقم 2 :

التقريب الأول :

$$u_0 = 2$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$$

1 : حساب u_1

$$u_1 = u_{0+1} = \frac{4}{5}u_0 - \frac{3^{0+1}}{5^{0+2}}$$

$$= \frac{4}{5} \times 2 - \frac{3^1}{5^2} = \frac{8}{5} - \frac{3}{25}$$

$$= \frac{40-3}{25} = \frac{37}{25}$$

2 : لكن :
$$v_n = u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}$$

2-1 : التحقق : لدينا لكل $n \in \mathbb{N}$:

$$v_{n+1} = u_{n+1} - \left(\frac{3}{5}\right)^{(n+1)+1}$$

$$= \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}} - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+2}$$

$$= \frac{4}{5}u_n - \frac{1}{5} \times \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}} - \frac{3}{5} \times \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}}$$

$$= \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}} \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\right)$$

$$= \frac{4}{5}u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}} \left(\frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{4}{5} \left(u_n - \frac{3^{n+1}}{5^{n+1}}\right) = \frac{4}{5} \underbrace{\left(u_n - \left(\frac{3}{5}\right)^{n+1}\right)}_{v_n}$$

أي :
$$(\forall n \in \mathbb{N}) : v_{n+1} = \frac{4}{5}v_n$$

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{4}{5}$

2-2 : الاستنتاج : بما أن (v_n) متتالية

أساسها $\frac{4}{5}$ فإن :
$$v_n = \left(\frac{4}{5}\right)^n v_0$$

2 Arg(a) = $-\frac{\pi}{4} + 2k\pi$: (2)
 $\Rightarrow \text{Arg}(a) = -\frac{\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)
 ولدينا
 $|4c| = |a^2| \Rightarrow 4|c| = |a|^2$
 $\Rightarrow 4 = |a|^2 \Rightarrow |a| = 2$
 إذن:

$$a = [2; -\frac{\pi}{8}]$$

طريقة 2:

لدينا a صيغة π و θ كعدد
 $a^2 = [r; \theta]^2$
 $\Rightarrow \begin{cases} c = [1; -\frac{\pi}{4}] \\ 4 = [4; 0] \end{cases}$ و
 إذن:

$a^2 = 4c$
 $\Rightarrow [r; \theta]^2 = [4; 0] \times [1; -\frac{\pi}{4}]$
 $\Rightarrow [r^2; 2\theta] = [4 \times 1; 0 + (-\frac{\pi}{4})]$
 $\Rightarrow [r^2; 2\theta] = [4; -\frac{\pi}{4}]$
 $\Rightarrow r^2 = 4$ و $2\theta = -\frac{\pi}{4}$ (2)
 $r = 2$ و $\theta = -\frac{\pi}{8}$ [3]

$$a = [2; -\frac{\pi}{8}]$$

(الكتابة المثلثة للعدد a):

$$b = \bar{a} = [2; -\frac{\pi}{8}] = [2; \frac{\pi}{8}]$$

(2-ب) لدينا:

$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \right)^8$$

$$= \left(\frac{a}{2} \right)^8 = \left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 \right)^4 = \left(\frac{a^2}{4} \right)^4$$

$$= c^4 = [1; -\frac{\pi}{4}]^4 = [1; -\pi]$$

$$= \cos(-\pi) + i \sin(-\pi) = -1$$

$$\Delta = (-2\sqrt{2+\sqrt{2}})^2 - 4(4)$$

$$= 4(2+\sqrt{2}) - 16 = 8 + 4\sqrt{2} - 16$$

$$= -8 + 4\sqrt{2}$$

ومنه نستنتج أن:

$$\Delta = (2i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$$

بما أن: $\Delta = (2i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$ (2-1)
 فإن:

$$a = \frac{-b - 2i\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2a}$$

$$= \frac{2\sqrt{2+\sqrt{2}} - 2i\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$= \sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

$$b = \bar{a} = \sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

(2) لدينا c من \mathbb{C} يحقق

$$4c = a^2$$

(2-1) لدينا: $4c = a^2 = (\sqrt{2+\sqrt{2}} - i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$

$$= 2 + \sqrt{2} - 2i\sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} + (i\sqrt{2-\sqrt{2}})^2$$

$$= 2 + \sqrt{2} - 2i\sqrt{4-2} - (2-\sqrt{2})$$

$$= 2 + \sqrt{2} - 2i\sqrt{2} - 2 + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{2} - i2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow c = \frac{2\sqrt{2}}{4} - i \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

الكتابة الضمنية لـ c :

$$c = \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بما أن:

فإن:

$$c = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = [1; -\frac{\pi}{4}]$$

(2-2) الاستنتاج:

(الكتابة المثلثة للعدد a):

$$a^2 = 4c \Rightarrow \text{Arg}(a^2) = \text{Arg}(4c) [2\pi]$$

$$\Rightarrow 2 \text{Arg}(a) = \text{Arg}(4) + \text{Arg}(c) [2\pi]$$

$$\Rightarrow 2 \text{Arg}(a) = 0 + \left(-\frac{\pi}{4}\right) [2\pi]$$

3) مجموعة الحلول هي: $\{-1; 1\}$

2) لدينا : استار 8 التعبير $(x^2 - 1)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x^2 - 1$		+	-	+

x	1
$e^x - e$	- 0 +

استار $e^x - e$ هي :

$$e^x - e > 0$$

$$\Leftrightarrow e^x > e$$

$$\Leftrightarrow x > \ln(e) = 1$$

وبالتالي استار 2 $g(x)$ هي :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$e^x - e$	-	-	0	+
$x^2 - 1$	+	0	-	+
$g(x)$	-	0	+	+

$$\forall x \in]-\infty; -1] : g(x) \leq 0$$

$$\forall x \in]-1; +\infty[: g(x) \geq 0$$

II

$$f(x) = (x-1)^2 e^x + (1 - \frac{x^2}{3}) x e$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ حسب (1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1)^2 e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2x + 1) e^x$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x - 2x e^x + e^x = 0$$

$$(\forall n \geq 0) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{x^2}{3}) x e = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{x^2}{3}) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = "0 + \infty" = +\infty$$

وبالتالي : $f(x) \geq 0$ في \mathbb{R} (1-2)

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) e^x + (1 - \frac{x^2}{3}) x e$$

$$= x^3 \left[\frac{x^2 - 2x + 1}{x^3} e^x + \frac{3 - x^2}{3x^3} \cdot x e \right]$$

$$\text{وبالتالي : } \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \right)^8 + 1 = 0$$

طريقة أخرى : نعلم أن : $a = 2 e^{-i\pi/8}$

$$\left(\frac{a}{2} \right) = e^{-i\pi/8} \Rightarrow \left(\frac{a}{2} \right)^8 = (e^{-i\pi/8})^8$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{2} \right)^8 = e^{-i\pi} = \cos(-\pi) + i \sin(-\pi)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}} - i \sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \right)^8 = -1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}} - i \sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} \right)^8 + 1 = 0$$

4) صيغة الدوران في \mathbb{R} هي :

$$z' = e^{i\theta} (z - w) + w$$

$$= e^{i\theta} z$$

$$z_B = e^{i\theta} z_A \quad \text{حيث أن : } R(A) = B$$

$$b = e^{i\theta} a$$

$$\text{Arg}(b) = \text{Arg}(e^{i\theta} a) [2\pi]$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(b) = \text{Arg}(e^{i\theta}) + \text{Arg}(a) [2\pi]$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{8} \equiv \theta + \left(-\frac{\pi}{8}\right) [2\pi]$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \equiv \theta [2\pi] \Rightarrow \frac{\pi}{4} \equiv \theta [2\pi]$$

$$\boxed{\frac{\pi}{4} \text{ زاوية الدوران هي}}$$

التكرين التالي :

$$g(x) = (x^2 - 1) e^x - x^2 e + e \quad \text{I}$$

(1) التحقق :

$$g(x) = (x^2 - 1) e^x - (x^2 e - e)$$

$$= (x^2 - 1) e^x - (x^2 - 1) e$$

$$= (x^2 - 1) (e^x - e)$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \text{ أو } e^x - e = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1) = 0 \text{ أو } e^x = e$$

$$x = 1 \text{ أو } x = -1 \text{ أو } x = \ln(e)$$

(4)

$$\frac{f(n)}{n} = \frac{x^2}{n} \left[\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \times \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \times e \right]$$

Diagram showing limits for each term as $x \rightarrow +\infty$:

- $\frac{x^2}{n} \rightarrow +\infty$
- $\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \rightarrow 1$
- $\frac{e^x}{x} \rightarrow +\infty$
- $\frac{3 - x^2}{3x^2} \rightarrow -\frac{1}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{n} = +\infty \times \left(1 \times +\infty - \frac{1}{3} \right) = +\infty \times (+\infty) = +\infty$$

تأويل هندسي: لدينا:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{n} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(n) = +\infty$
 ومنه: (ع) يقبل فرعاً متجميعاً في اتجاه محور
 الأرتيب بجوار $(+\infty)$.

5) f ق.ت على \mathbb{R} ولدينا:

$$f(n) = (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) x e$$

$$= (x-1)^2 e^x + x e - \frac{x^3}{3} e$$

$$f'(n) = 2(x-1)e^x + (x-1)^2 e^x + e - \frac{3x^2}{3} e$$

$$= (2x - 2 + (x-1)^2) e^x + e - x^2 e$$

$$= (2x - 2 + x^2 - 2x + 1) e^x + e - x^2 e$$

$$= (x^2 - 1) e^x - x^2 e + e = g(x)$$

$$(\forall x \in \mathbb{R}), f'(n) = g(x)$$

جدول تغيرات الدالة f:

استارر $f'(n)$ هي نفس استارر $g(n)$ وحسب
 السؤال (2-I) لدينا:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	+
f	$+\infty$	$f'(-1)$	$f'(1)$	$+\infty$

$$f(n) = x^3 \left(\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \times \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \times \frac{x e}{x} \right)$$

$$= x^3 \left[\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \times \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \times e \right]$$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - x^2}{3x^2} \times e = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{3x^2} e = -\frac{1}{3} e$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left[\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \times \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} e \right]$$

$$= +\infty \times \left(+\infty - \frac{1}{3} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(n)}{n} = -\infty$$

لدينا باستخدام السؤال (1-2):

$$\frac{f(n)}{n} = \frac{x^2}{n} \left[\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \times \frac{e^x}{x} + \frac{3 - x^2}{3x^2} \times e \right]$$

Diagram showing limits for each term as $x \rightarrow -\infty$:

- $\frac{x^2}{n} \rightarrow +\infty$
- $\frac{x^2 - 2n + 1}{x^2} \rightarrow 1$
- $\frac{e^x}{x} \rightarrow 0$
- $\frac{3 - x^2}{3x^2} \rightarrow -\frac{1}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(n)}{n} = +\infty \times \left(0 - \frac{1}{3} \right) = -\infty$$

تأويل هندسي: لدينا مما سبق:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(n)}{n} = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

ان (ع) يقبل فرعاً متجميعاً بجوار $-\infty$
 في اتجاه محور الأرتيب.

(5) $F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x + \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right)e$

(1) لدينا : F ق.ت على \mathbb{R} ، الحل $x \in \mathbb{R}$

$$F'(x) = (2x - 4)e^x + (x^2 - 4x + 5)e^x + \left(x - \frac{x^3}{3}\right)e$$

$$= (2x - 4 + x^2 - 4x + 5)e^x + x\left(1 - \frac{x^2}{3}\right)e$$

$$= (x^2 - 2x + 1)e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right)xe$$

$$= (x-1)^2 e^x + \left(1 - \frac{x^2}{3}\right)xe = f(x)$$

لذا :

$$\forall x \in \mathbb{R}, F'(x) = f(x)$$

وهذا يعني أن F دالة أولية لـ f على \mathbb{R}

(2) الاستنتاج :

مساحة \mathcal{D} هي :

$$\mu(\mathcal{D}) = \left(\int_0^1 |f(x)| dx \right) (u.a)$$

حيث $u.a = 2cm \times 2cm = 4cm^2$ وحدة المساحة

f دالة تزايدية على المجال $[0; 1]$ ، إذن $f(0)$ قيمة دنيا وبالكاف :

$$\forall x \in [0; 1], f(x) \geq f(0) = 1 > 0$$

وإذا : $\int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx$

$$= [F(x)]_0^1 = F(1) - F(0)$$

ولدينا :

$$F(1) = (1 - 4 + 5)e + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12}\right)e = 2e + \frac{5}{12}e$$

$$= \frac{24 + 5}{12}e = \frac{29}{12}e$$

$$F(0) = 5e^0 + 0 = 5$$

$$F(1) - F(0) = \frac{29}{12}e - 5$$

لذا :

$$\mu(\mathcal{D}) = \left(\frac{29}{12}e - 5 \right) \times 4cm^2$$

وإذا :

$$\mu(\mathcal{D}) = \left(\frac{29}{3}e - 20 \right) cm^2$$

أي أن :

★ ★ ★ ★

(1) ملاحظة : $f(-1)$ أقل قيمة دنيا هي

(2) الدالة f' تتعدم مرتين في : -1 و 1

وهذا معناه أن (e) يقبل مماسين أفقيين

في النقطتين : $A(-1, f(-1))$ و $B(1, f(1))$

(6) معادلة المماس (T) هي :

$$(T): y = f'(0)x + f(0)$$

حيث :

$$f(0) = e^0 + 0 = 1$$

$$f'(0) = g(0) = -(e^0 - e)$$

$$= -(1 - e) = e - 1$$

إذن :

$$(T): y = (e - 1)x + 1$$

(7) بإستاء (e) و (T) :

لدينا : $e \approx 2,7$ إذن : $(T): y = 1,7x + 1$

$f(-1) = -0,3$ قيمة دنيا للدالة f .

